Subiectul 1, ex. 6

Variante date

1. Calculaţi $\cos A$, ştiind că $\sin A = \frac{1}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.
2. Calculaţi $\cos A$ ştiind că $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.
3. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Arătați că $\sin x = \frac{4}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.
5. Calculaţi $\cos B$, ştiind că $\sin B = \frac{5}{13}$ şi unghiul B este ascuţit.
6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$.
7. Arătați că $\sin x = \frac{12}{13}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$.
8. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$, arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$.
9. Arătați că $\sin^2 30° + \cos^2 45° = \frac{3}{4}$.
10. Arătați că $\operatorname{tg}^2 60° + \operatorname{tg}^2 45° = 4$.
11. Arătați că $\sin^2 45° - \cos^2 60° = \frac{1}{4}$.
12. Arătați că $\sin 30° + \sin 45° - \cos 60° - \cos 45° = 0$.
13. Arătați că $\sqrt{2} \cdot \sin 45° - (\sin 30° + \cos 60°) = 0$.
14. Arătați că $2\sin 45° \cdot \cos 45° - \sin^2 45° - \cos^2 60° = \frac{1}{4}$.
15. Arătați că $\frac{\cos 30°}{1+\sin 30°} = \operatorname{tg} 30°$.
16. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60° - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45° = \frac{1}{4}$.
17. Arătați că $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60° + \sin^2 45° = 1$.
18. Arătați că $\cos^2 30° + \sin^2 60° - 2\cos 30° \cdot \sin 60° = 0$.
19. Arătați că $2\sin^2 30° - \sin^2 45° = 0$.
20. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \sin 60° - \sqrt{2} \cdot \cos 45° = \frac{1}{2}$.
21. Calculați $\cos 45° + \cos 135°$.
22. Arătați că $\sin^2 120° - \cos^2 30° = 0$.
23. Arătați că $\sin^2 135° + \sin^2 45° = 1$.
24. Arătați că $\sin^2 150° + \sin^2 60° = 1$.
25. Determinați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC = 10$ și $m(< C) = 30°$.
26. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC = 5$ și $m(< B) = 45°$.
27. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, știind că $AC = 6$ și $B = \frac{\pi}{4}$.
28. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, știind că $BC = 3\sqrt{2}$ și $m(< B) = 45°$.
29. Determinați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB = 6$ și $BC = 10$.

30. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB = 10$ și $AC = 12$.
31. Calculați aria triunghiului ABC, dreptunghic în A cu $AB = 4$ și $AC = 3$.
32. Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A. Știind că aria triunghiului ABC este egală cu 8 , determinați lungimea laturii AB.
33. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului C este egală cu $30°$ și $AB = 3$. Arătați că $BC = 6$.
34. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC = 4$ și $BC = 5$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 6.
35. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 5$ și $AC = 2AB$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 25
36. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC = \sqrt{2}$ și $BC = 2$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
37. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 4$ și măsura unghiului C egală cu $45°$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 8 .
38. În triunghiul $ABC, m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 60°$. Calculați cosinusul unghiului A.
39. Demonstraţi că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.
40. Se consideră triunghiul ABC, în care $AC = 2, BC = 4$ și unghiul A are măsura egală cu $30°$.

    Arătați că $\sin B = \frac{1}{4}$.

<u>Teste de antrenament</u>

1. Arătați că $\frac{2\cos 30°}{2\mathrm{tg}\, 45° + 1} = \mathrm{tg}\, 30°$.
2. Arătați că $\frac{\mathrm{tg}\, 60°}{\mathrm{ctg}\, 30° \cdot \cos 45°} = \sqrt{2}$.
3. Arătați că $\cos^2 45° - \sin^2 30° = \frac{1}{4}$.
4. Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 30° + \sin 30° + \frac{1}{2}\cos 90° = 2$.
5. Arătați că $\sin 30°\cos 30° + 2\sin 45°\cos 45° - \sin 60°\cos 60° = 1$.
6. Arătați că $4\sin 60°(\mathrm{tg}\, 60° - \cos 30°) = 3$.
7. Arătați că $\cos 60° \cdot \sin 60° + \sin 90° - \sin 30° \cdot \cos 30° = 1$.
8. Arătați că $\frac{\sin 135°}{\cos 45°} = 1$.
9. Arătați că $\sin^2 130° + \cos^2 50° = 1$.
10. Calculați $\cos A$, știind că A este unghi ascuțit astfel încât $\sin A = \frac{4}{5}$.
11. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$.
12. Pentru $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \frac{5}{13}$, arătați că $\mathrm{tg}\, x = \frac{12}{5}$.
13. Calculați $\sin x$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
14. Calculați $\sin x$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.
15. Arătați că $\sin x = \frac{12}{13}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$.
16. Pentru $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \frac{5}{13}$, arătați că $\mathrm{tg}\, x = \frac{12}{5}$.

17. Se consideră numărul real $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \frac{1}{5}$. Arătați că $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{6}$.
18. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} \cdot \sin x$. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$.
19. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 30° \cdot \sin A = \cos 60° \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$.
20. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC = 4$ și $B = \frac{\pi}{4}$.
21. Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A cu $AB = 6$ și $AC = 8$.
22. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC = 5\sqrt{2}$ și $m(< B) = 45°$.
23. Calculați măsura unghiului B al triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC = 3$ și $BC = 6$.
24. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 12$ și ipotenuza $BC = 20$. Calculați aria triunghiului ABC.
25. Diagonala pătratului $MNPQ$ are lungimea de $6\sqrt{2}$. Calculați perimetrul acestui pătrat.
26. Calculați aria rombului $ABCD$, știind că $AC = 6$ și $BD = 4$.
27. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 14$ și unghiul B de măsură egală cu 75°. Determinați aria triunghiului ABC.
28. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 9$ și $AC = 12$. Determinați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC.
29. Se consideră pătratul $ABCD$ astfel încât aria triunghiului ABC este egală cu 2. Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.
30. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 12$ și $BC = 13$. Determinați $\sin B$.
31. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 5$ și $AC = 10$. Calculaţi aria triunghiului ABC.
32. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC = 16$ și măsura unghiului B egală cu 30°. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $32\sqrt{3}$.
33. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 8, AC = 6$ și $BC = 10$. Calculați $\cos B$.
34. Se consideră triunghiul ABC, cu$AB = 3\sqrt{2}, BC = 9$ și $AC = 3\sqrt{5}$. Calculați măsura unghiului B.
35. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 12, BC = 8$ și unghiul C de măsură egală cu 30°. Calculați $\sin A$.
36. Se consideră triunghiul ABC, în care unghiurile A și B au măsurile egale cu 30°, respectiv 45° și $BC = 4$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC.

<u>Simulări</u>

1. Calculați lungimea diagonalei BD a rombului $ABCD$ în care $AB = 4$ și $m(\measuredangle ABC) = 120°$.
2. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB = AC, BC = 12$ și măsura unghiului B egală cu45°. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 36 .

3. Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 5, AC = 12$ și $BC = 13$. Calculați $\cos C$.
4. Calculați lungimea diagonalei BD a rombului $ABCD$ în care $AB = 4$ şi $m(< ABC) = 120°$.
5. Calculați aria triunghiului MNP, știind că $MN = 4$ și $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75°$.
6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în C, cu $AB = 20$ și măsura unghiului A egală cu $60°$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $50\sqrt{3}$.
7. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de $60°$, măsura unghiului B de $30°$ și $AC = 6\sqrt{3}$. Determinați lungimea laturii AB.
8. În triunghiul $ABCAB = 3\sqrt{3}, AC = 3$ și $BC = 6$. Determinați $\cos B$.
9. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AC = 5$ și $BC = 13$. Determinați $\cos B$.
10. Calculaţi hungimea laturii AB a tringhiului ascuţitunghic ABC, ştiind că $AC = 4, BC = \sqrt{13}$ şi $\cos A = \frac{1}{2}$.
11. Arătaţi că $\sin 10° + \sin 30° - \sin 170° = \frac{1}{2}$.
12. Arătați că $\sin 60° + \cos 150° = 0$.
13. Arătați că $\sqrt{3}\sin 45° + 2\sin 30° - \sqrt{2}\cos 30° = 1$.
14. Arătați că $\sqrt{3}\cos 30° + \sqrt{2}\sin 45° = \frac{5}{2}$.
15. Arătați că $\operatorname{tg} 30°\operatorname{ctg} 60° + \operatorname{tg} 60°\operatorname{ctg} 30° = \frac{10}{3}$.
16. Arătați că $\sin 60° + \operatorname{tg} 45° = \cos 30° + \operatorname{ctg} 45°$.
17. Arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$.
18. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\operatorname{tg} x = 1$.
19. Se consideră numărul real $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x + \sin\frac{\pi}{6} = 1$. Calculați $\sin x$.
20. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 60° \cdot \sin A = \cos 30° \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$.
21. Arătați că $\sin(a + b) = \frac{63}{65}$, știind că $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin a = \frac{3}{5}$ și $\sin b = \frac{12}{13}$.
22. Arătați că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este adevărată egalitatea $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x$.
23. Arătați că $(\sin x + 7\cos x)^2 + (7\sin x - \cos x)^2 = 50$, pentru orice număr real x.
24. Demonstrați că $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$, pentru orice număr real x.
25. Demonstraţi că $(2\sin x + 3\cos x)^2 + (3\sin x - 2\cos x)^2 = 13$, pentru orice număr real x.